

Zadanie 1.

Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę 120° , a najdłuższy bok tego trójkąta ma długość $2\sqrt{3}$. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. 1 B. 2 C. 4 D. $\sqrt{3}$

Zadanie 2.

Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę 150° , a najdłuższy bok tego trójkąta ma długość 4. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. 8 C. 1 D. 4

Zadanie 3.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 2$, $\sphericalangle ACB = 45^\circ$, $\sphericalangle BAC = 30^\circ$. Długość boku BC wynosi

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

Zadanie 4.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|BC| = 3$, $\sphericalangle ABC = 30^\circ$, $\sphericalangle BAC = 45^\circ$. Długość boku AC wynosi

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. 2

Zadanie 5.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = \sqrt{6}$, $|BC| = 2$, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. Kąt BAC ma miarę

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 150°

Zadanie 6.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = \sqrt{2}$, $|BC| = 1$, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$. Kąt BAC ma miarę

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 105°

Zadanie 7.

Dwa boki trójkąta mają długości 5 i 10, a wysokość poprowadzona do trzeciego boku jest równa 4. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 8.

Dwa boki trójkąta mają długości 3 i 6, a wysokość poprowadzona do trzeciego boku jest równa 2. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 9.

Oblicz promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym o podstawach długości 5 i 13 oraz wysokości 3.

Zadanie 10.

Oblicz promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym o podstawach długości 10 i 26 oraz wysokości 6.

Zadanie 11.

Środkowa BD trójkąta ABC ma długość 6 i dzieli kąt B w ten sposób, że $\sphericalangle CBD = 30^\circ$ i $\sphericalangle ABD = 45^\circ$.

Oblicz długości boków AB i BC , wiedząc, że $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{4}$.

Zadanie 12.

Środkowa AD trójkąta ABC ma długość 5 i dzieli kąt A w ten sposób, że $\sphericalangle CAD = 30^\circ$ i $\sphericalangle BAD = 45^\circ$.

Oblicz długości boków AB i AC , wiedząc, że $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$.

Zadanie 13.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o bokach długości 5, 8, 11 i kątach 30° , 70° , 80° .

Zadanie 14.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o bokach długości 5, 9, 12 i kątach 30° , 70° , 80° .

Zadanie 15.

Przekątna równoległoboku dzieli jego kąt rozwarty na kąty 60° i 45° . Oblicz stosunek długości dłuższego boku do krótszego.

Zadanie 16.

Przekątna równoległoboku dzieli jego kąt ostry na kąty 30° i 45° . Oblicz stosunek długości krótszego boku do dłuższego.

Zadanie 17.

Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym o ramieniu długości a i podstawie długości b wyraża się wzorem $R = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2 - b^2}}$.

Zadanie 18.

Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym o podstawie długości a i ramieniu długości b wyraża się wzorem $R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$.

Zadanie 19.

Udowodnij, że dla dowolnego punktu D należącego do podstawy AC trójkąta równoramiennego ABC , $D \neq A$ i $D \neq C$, okręgi opisane na trójkątach ABD i BCD są przystające.

Zadanie 20.

Udowodnij, że dla dowolnego punktu D należącego do podstawy AB trójkąta równoramiennego ABC , $D \neq A$ i $D \neq B$, okręgi opisane na trójkątach ACD i BCD są przystające.

Zadanie 21.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o kątach α , β , γ takich, że $\sin \beta + \sin \gamma - \sin \alpha = 0$.

Zadanie 22.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o kątach α , β , γ takich, że $\sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 0$.

Zadanie 1.

Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę 150° , a najdłuższy bok tego trójkąta ma długość 4. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. 8 C. 1 D. 4

Zadanie 2.

Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę 120° , a najdłuższy bok tego trójkąta ma długość $2\sqrt{3}$. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. 1 B. 2 C. 4 D. $\sqrt{3}$

Zadanie 3.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|BC| = 3$, $\sphericalangle ABC = 30^\circ$, $\sphericalangle BAC = 45^\circ$. Długość boku AC wynosi

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. 2

Zadanie 4.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 2$, $\sphericalangle ACB = 45^\circ$, $\sphericalangle BAC = 30^\circ$. Długość boku BC wynosi

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

Zadanie 5.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = \sqrt{2}$, $|BC| = 1$, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$. Kąt BAC ma miarę

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 105°

Zadanie 6.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = \sqrt{6}$, $|BC| = 2$, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. Kąt BAC ma miarę

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 150°

Zadanie 7.

Dwa boki trójkąta mają długości 3 i 6, a wysokość poprowadzona do trzeciego boku jest równa 2. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 8.

Dwa boki trójkąta mają długości 5 i 10, a wysokość poprowadzona do trzeciego boku jest równa 4. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 9.

Oblicz promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym o podstawach długości 10 i 26 oraz wysokości 6.

Zadanie 10.

Oblicz promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym o podstawach długości 5 i 13 oraz wysokości 3.

Zadanie 11.

Środkowa AD trójkąta ABC ma długość 5 i dzieli kąt A w ten sposób, że $\sphericalangle CAD = 30^\circ$ i $\sphericalangle BAD = 45^\circ$.

Oblicz długości boków AB i AC , wiedząc, że $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$.

Zadanie 12.

Środkowa BD trójkąta ABC ma długość 6 i dzieli kąt B w ten sposób, że $\sphericalangle CBD = 30^\circ$ i $\sphericalangle ABD = 45^\circ$.

Oblicz długości boków AB i BC , wiedząc, że $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{4}$.

Zadanie 13.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o bokach długości 5, 9, 12 i kątach 30° , 70° , 80° .

Zadanie 14.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o bokach długości 5, 8, 11 i kątach 30° , 70° , 80° .

Zadanie 15.

Przekątna równoległoboku dzieli jego kąt ostry na kąty 30° i 45° . Oblicz stosunek długości krótszego boku do dłuższego.

Zadanie 16.

Przekątna równoległoboku dzieli jego kąt rozwarty na kąty 60° i 45° . Oblicz stosunek długości dłuższego boku do krótszego.

Zadanie 17.

Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym o podstawie długości a i ramieniu długości b wyraża się wzorem $R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$.

Zadanie 18.

Wykaż, że promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym o ramieniu długości a i podstawie długości b wyraża się wzorem $R = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2 - b^2}}$.

Zadanie 19.

Udowodnij, że dla dowolnego punktu D należącego do podstawy AB trójkąta równoramiennego ABC , $D \neq A$ i $D \neq B$, okręgi opisane na trójkątach ACD i BCD są przystające.

Zadanie 20.

Udowodnij, że dla dowolnego punktu D należącego do podstawy AC trójkąta równoramiennego ABC , $D \neq A$ i $D \neq C$, okręgi opisane na trójkątach ABD i BCD są przystające.

Zadanie 21.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o kątach α , β , γ takich, że $\sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 0$.

Zadanie 22.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt o kątach α , β , γ takich, że $\sin \beta + \sin \gamma - \sin \alpha = 0$.